

FTAMP 30.15.19

Е.Е. Дуйсембиев | ©



Техн. ғылым. канд., доцент

ORCID

¹<https://orcid.org/0000-0002-7592-8861>

М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті,



Тараз қ., Қазақстан



Duisembiev_di@mail.ru

БІРТЕКТІ ИМПУЛЬСТІ МАГНИТ ӨРІСІНДЕГІ ҚАТТЫ ДЕНЕ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ЖУЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРІ

Аңдатпа. Жұмыста, кернеу векторы кеңістіктегі бағытын сақтайтын, ал модульі гармоникалық заңға сәйкес өзгертін жоғары жиілікті біртекті импульсті магнит өрісіндегі өткізгіш, магниттік емес қатты дененің қозғалысы қарастырылады. Өткізгіш қатты дененің қозғалыс теңдеулері сыртқы магнит өрісімен әрекеттескенде денеде пайда болатын құйынды токтардың моменті әсерінен құрылады.

Тірек сөздер: гироскоп, жоғары жиілікті магнит өрісі, тұрақты прецессия, нутация бұрышы.



Дуйсембиев, Е.Е. Біртекті импульсті магнит өрісіндегі қатты дене қозғалысының жуық теңдеулері [Мәтін] / Е.Е. Дуйсембиев // Механика және технологиялар / Ғылыми журнал. – 2021. – №2(72). – Б.113-119.

Кіріспе. Сезімтал элементтерді қажет ететін, жоғары дәлдікті басқару аппараттарын пайдаланатын заманауи техникаларды құрастыруда, жоғары жылдамдықпен қозғалатын қуатты жаңа техника, жоғары өнімді технологиялар заманында гироскопиялық қондырғылардың алатын орны ерекше.

Бұндай қондырғыларды, жаңа техниканың әртүрлі салаларында көптеп кеңінен қолданумен қатар, олардың жоғары дәлдікпен, сенімді жұмыс істеу мәселелеріне де көңіл бөлінуде және осы бағытта ұдайы ізденістер жүргізілуде.

Түрлі ортада жұмыс істейтін аппараттардың басқару жүйелерін құру процесінде гироскоптардың бірнеше түрлері пайда болды: кардандық, аэродинамикалық, гидродинамикалық, криогендік, электростатикалық, электромагниттік және т.б.

Негізінде, гироскоптардың негізгі сезімтал элементі – оның роторы. Ротордың сыртқы пішіні сфера немесе өскесимметриялы түрде болып келеді, және оны ұстап тұру және жоғары жылдамдықпен айналмалы қозғалысқа түсіру үшін көбіне электростатикалық немесе электромагниттік өріс пайдаланылады.

Механикалық байланыссыз гироскоптардың басқалардан ерекшелігі, біріншіден ондағы ротордың бұрыштық қозғалысына, екіншіден гироскоп роторының бұрыштық жылдамдығына шектеу қойылмағандығы.

Бастапқы мезетте ротордың симметрия өсі катушкалар орналасқан кожухқа қарағанда еркін түрде орналасатындықтан, ротор қозғалысқа түсе бастағанда бұрыштық тербелістерге ұшырайтыны белгілі. Ал нутациялық

тербеліс жағдайында механикалық байланыссыз гироскоп өз міндетін атқара алмайды, яғни толыққанды жұмыс істей алмайды.

Сондықтан, ротор қозғалысының бастапқы мезеттерінде нутациялық тербелістердің пайда болуы механикалық байланыссыз гироскоптарының кемшіліктерінің бірі болып табылады.

Зерттеу шарттары мен әдістері. Гироскоп роторының, жоғары жиілікті айналмалы магнит өрісіндегі кедергісі жоқ (вакуум) және кедергісі бар ортадағы қозғалыстары [1,2] жұмыстарда қарастырылған болатын.

Бұл жұмыста қаралып отырған мәселе, абсолют қатты дененің, яғни механикалық байланыссыз гироскоп роторының жоғары жиілікті біртекті импульстік магнит өрісіндегі қозғалысы

$$H_{\xi_1} = 0, \quad H_{\xi_2} = 0, \quad H_{\xi_3} = H_0 \sin \omega t \quad (1)$$

Айта кету керек, бұл мәселені зерттеу нәтижелері, механикалық байланыссыз аспалардағы жылдам айналатын қатты денелер қолданылатын түрлі техникалық құрылғыларда (пульсирующие поля используются для демпфирования нутационных колебаний [3]), сонымен қатар технологиялық процестерде, атап айтқанда, балқытылған сұйық металды ұстап тұру процесінде (в процессе удержания плавящегося жидкого металла во взвешенном состоянии [4]) пайдалы болуы мүмкін

Жоғары жиілікті біртекті импульстік магнит өрісіндегі, гироскоп роторы қозғалысына теориялық талдаулар жүргізу үшін гироскопиялық қондырғы төмендегі шарттарды қанағаттандырады деп алайық [1], яғни

- гироскоп роторы динамикалық симметриялы абсолютті қатты дене;
- гироскоп корпусы қатаң бекітілген;
- ротор вакуумде, сфералық бет ішінде орналасқан;
- ротор материалының магниттік өтімділігі бірге тең;
- денені айналмалы қозғалысқа түсіретін магнит өрісі біртекті;
- айналдырушы момент жұмысына қарағанда гироскоп роторының кинетикалық энергиясы көп үлкен;
- дене өлшемімен салыстырғандағы магниттік өрістің денеге ену тереңдігі өте аз;

және сыртқы магнит өрісі әсерінен өткізгіш ротордың ішінде пайда болатын құйынды ток күшінің моменті [1], келесі формуламен анықталады

$$\bar{M}_x = \left[P^0 \bar{H}_x + \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\pi}} P^1 \int_0^t \frac{\bar{H}_x(\tau)}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \right] \times \bar{H}_x$$

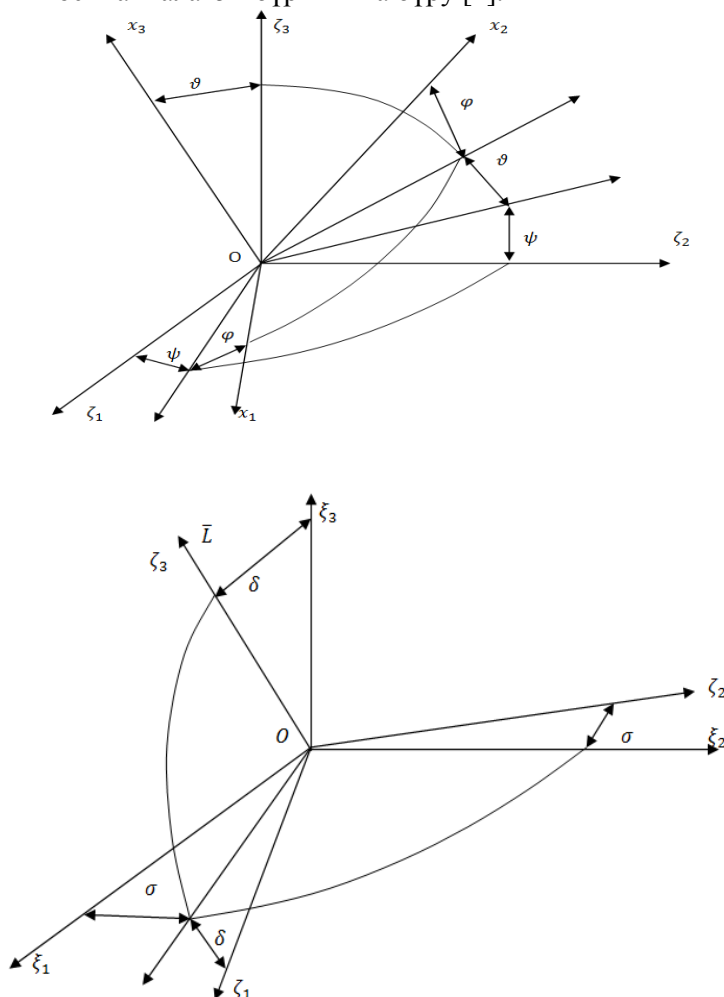
Мұндағы P^0 және P^1 тек дене формасына ғана байланысты болатын тұрақты поляризация тензорлары $P^0 = \text{diag}(P^0_1, P^0_2, P^0_3)$,

$$P^1 = \text{diag}(P^1_1, P^1_2, P^1_3), \quad \varepsilon_0 = \frac{c}{\sqrt{4\pi\lambda\mu}} \ll 1 - \text{сәйкес электродинамикалық}$$

есепті шешудегі өте аз шама (малый параметр), \bar{H}_x - магниттік өріс векторы.

Ротормен бірге қозғалатын және оның бас инерция өстерімен бағытталған OX_1, X_2, X_3 координат жүйесінің, $O\xi_1, \xi_2, \xi_3$ координат жүйесіне қарағандағы орнын Эйлердің үш бұрышымен: ψ - прецессия, ϑ - нутация, φ - өзінің айналу бұрыштарымен анықтаймыз.

ζ ұштағаны (трегранник) ξ ұштағанын екі рет тізбектей бұру арқылы алынады: ξ_3 өсінен айнала σ бұрышына бұру және аралық ұштағанның (1-сурет) екінші өсін айнала δ бұрышына бұру [2].



Сурет 1. x, ζ және ξ ұштағандарының өзара байланысы

Зерттеу нәтижелері. Қарастырылып отырған есепте, байау өзгеріске түсетін айнымалылар ретінде кинетикалық момент модулі L және кинетикалық момент векторының орнын анықтайтын δ, σ бұрыштарын аламыз. Қозғалмайтын координат өсінің ξ бас нүктесін ротор массасы O центріне орналастырамыз.

Дененің қозғалыс мөлшері моментінің өзгеруі туралы теореманы, дене массасы центріне қатысты ζ координат өсіне проекцияларында жазып, оларды $\dot{\sigma}$ и $\dot{\delta}$ -ге қатысты шеше отырып, байау айнымалылар үшін келесі дифференциалдық теңдеулерді аламыз:

$$L\dot{\delta} = M_{\zeta_1}, \quad L\sin\delta \dot{\sigma} = M_{\zeta_2}, \quad \dot{L} = M_{\zeta_3} \quad (2)$$

$$\bar{M}_\zeta = \Gamma \bar{M}_x = -\hat{H}_\zeta \Gamma P^0 \Gamma^T \hat{H}_\zeta - \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\pi}} \bar{H}_\zeta \Gamma P^1 \int_0^t \frac{\Gamma^T(\tau) \bar{H}_\zeta(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}}$$

мұндағы, $\Gamma = \|\gamma_{ij}\|$ - ζ және x ұштағандары арасындағы бағыттаушы косинустар матрицасы. $\zeta = B_1^T \xi$ екенін ескере отырып, аламыз

$$\bar{H}_\zeta = B_1^T \bar{H}_\xi = \bar{B} \text{Sin} \omega t \quad (3)$$

мұндағы $\bar{B} = H_0 \bar{l}_\zeta$, $\bar{l}_\zeta = \|\text{Sin} \delta, 0, \text{Cos} \delta\|^T$.

(2) теңдеуінің оң жақ бөлігіндегі интегралды жіктеуге болады [5]:

$$\int_0^t \frac{\Gamma^T(\tau) \bar{H}_\zeta(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\omega}} \Gamma^T \bar{E}_{1\zeta} + \frac{\sqrt{\pi}}{2\omega^{3/2}} \left(\dot{\Gamma}^T \bar{E}_{2\zeta} + \Gamma^T \dot{\bar{E}}_\zeta \right) + 0(\omega^{-2}) \quad (4)$$

мұндағы $\bar{E}_{1\zeta} = \text{Sin} \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right) \bar{B}$, $\bar{E}_{2\zeta} = \text{Sin} \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) \bar{B}$, $\dot{\bar{E}}_\zeta = \text{Sin} \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right) \dot{\bar{B}}$.

$\dot{\Gamma}^T = -\hat{\omega} \Gamma^T$ теңдігін пайдалана отырып және $a = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\omega}}$, $b = \frac{\varepsilon_0}{2\omega^{3/2}} = \frac{a}{2\omega}$ деп алып, \bar{M}_ζ моментін келесі түрде аламыз

$$\begin{aligned} \bar{M}_\zeta = & -\hat{H}_\zeta \Gamma P^0 \Gamma^T \bar{H}_\zeta - a \hat{H}_\zeta \Gamma P^1 \Gamma^T \bar{E}_{1\zeta} + \\ & + b \hat{H}_\zeta \Gamma P^1 \hat{\omega} \Gamma^T \bar{E}_{2\zeta} - b \hat{H}_\zeta \Gamma P^1 \Gamma^T \dot{\bar{E}}_\zeta \end{aligned} \quad (5)$$

ψ айнымалысы бойынша орташалау үшін (для осреднения по ψ), (5) теңдеуді келесі түрде қайта жазайық

$$\begin{aligned} \bar{M}_\zeta = & -\hat{H}_\zeta \Gamma_\psi V_0 \Gamma_\psi^T \bar{H}_\zeta - a \hat{H}_\zeta \Gamma_\psi V_1 \Gamma_\psi^T \bar{E}_{1\zeta} + \\ & + b \hat{H}_\zeta \Gamma_\psi U \Gamma_\psi^T \bar{E}_{2\zeta} - b \hat{H}_\zeta \Gamma_\psi V_1 \Gamma_\psi^T \dot{\bar{E}}_\zeta \end{aligned} \quad (6)$$

мұндағы $V_0 = \Gamma_\vartheta \Gamma_\varphi P^0 \Gamma_\varphi^T \Gamma_\vartheta^T$, $V_1 = \Gamma_\vartheta \Gamma_\varphi P^1 \Gamma_\varphi^T \Gamma_\vartheta^T$, $U = \Gamma_\vartheta \Gamma_\varphi P^1 E \hat{\omega} \Gamma_\varphi^T \Gamma_\vartheta^T$, E - үшінші ретті бірлік матрицасы.

Төмендегі теңдікті назарға ала отырып [6],

$$\langle \Gamma_\psi C \Gamma_\psi^T \rangle = \frac{1}{2} \text{diag}\{SpC - c_{33}, SpC - c_{33}, 2c_{33}\} + \frac{1}{2} (c_{21} - c_{12}) \hat{e}_3$$

мұндағы c_{ij} - C матрицасының элементі, $\bar{e}_3 = |0, 0, 1|^T$, $\text{diag}\{a, b, c\}$ - диагональді матрица, $SpC = c_{11} + c_{22} + c_{33}$ - C матрицасының ізі (след матрицы C).

(6) да орташаландыру процедурасын орындаймыз

$$\begin{aligned} \bar{M}_\zeta = & -\frac{b}{2} u \hat{H}_\zeta \hat{E}_{2\zeta} \bar{e}_3 - \frac{1}{2} \left[(SpV_0 - v_{33}^0) \hat{H}_\zeta \bar{H}_\zeta + (3v_{33}^0 - SpV_0) \hat{H}_\zeta E_3 \bar{H}_\zeta \right] - \\ & - \frac{a}{2} \left[(SpV_1 - v_{33}^1) \hat{H}_\zeta \bar{E}_{1\zeta} + (3v_{33}^1 - SpV_1) \hat{H}_\zeta E_3 \bar{E}_{1\zeta} \right] - \\ & - \frac{b}{2} \left[(SpV_1 - v_{33}^1) \hat{H}_\zeta \dot{\bar{E}}_\zeta + (3v_{33}^1 - SpV_1) \hat{H}_\zeta E_3 \dot{\bar{E}}_\zeta \right] \end{aligned} \quad (7)$$

мұндағы, $E_3 = \text{diag}\{0, 0, 1\}$, $V_{33}^0 = \bar{\omega}_x^T I P^0 \bar{\omega}_x / L^2$
 $V_{33}^1 = \bar{\omega}_x^T I A \bar{\omega}_x / L^2 = (\alpha_1^1 \text{Sin}^2 \vartheta + \alpha_2^1 \text{Sin}^2 \vartheta + \alpha_3^1 \text{Cos}^2 \vartheta) / 2$,

(6) өрнегін оған айқын кіретін t айнымалысы бойынша орташаландыру процесін жүргіземіз

$$\bar{M}_\zeta = -\frac{b}{2}u\bar{c}_1 + \frac{a}{2}(SpV_1 - 3v_{33}^1) - \frac{1}{2}(3v_{33}^0 - SpV_0)\bar{a}_1 - \frac{b}{2}[(SpV_1 - v_{33}^1)\bar{d}_1 + (3v_{33}^1 - SpV_1)\bar{g}_1] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{Где } \bar{a}_1 &= \begin{vmatrix} 0 \\ \text{Sin}\delta \text{ Cos}\delta H_{33} \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \bar{b}_1 = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\text{Sin}\delta \text{ Cos}\delta H_{33} \\ 0 \end{vmatrix}, \\ \bar{c}_1 &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{vmatrix} \text{Sin}\delta \text{ Cos}\delta H_{33} \\ 0 \\ \text{Sin}^2\delta H_{33} \end{vmatrix}, \quad \bar{d}_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{vmatrix} 0 \\ H_{33} \delta \\ 0 \end{vmatrix}, \quad \bar{g}_1 = \\ & -\frac{\sqrt{2}}{2} \begin{vmatrix} 0 \\ \text{Sin}^2\delta H_{33} \delta \\ 0 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Соңғы алынған (8) өрнегін ескере отырып, (2) ші дифференциалдық теңдеулер жүйесін келесі түрде аламыз

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \frac{b\sqrt{2}H_0^2}{8} \text{Sin}\delta \text{ Cos}\delta \left[\frac{(\alpha_3^1 + \alpha_1^1)\text{Sin}^2\vartheta}{I_1} + \frac{2\alpha_1^1\text{Cos}^2\vartheta}{I_3} \right], \\ \dot{\sigma} &= -\frac{H_0^2}{4L} \text{Cos}\delta [3\alpha_1^0\text{Sin}^2\vartheta + 3\alpha_3^0\text{Cos}^2\vartheta - 2\alpha_1^0 - \alpha_3^0], \quad (9) \\ \dot{L} &= \frac{b\sqrt{2}H_0^2}{8} \text{Sin}^2\delta \left[\frac{(\alpha_3^1 + \alpha_1^1)\text{Sin}^2\vartheta}{I_1} + \frac{2\alpha_1^1\text{Cos}^2\vartheta}{I_3} \right] L, \end{aligned}$$

Осы алынған теңдеулер жүйесін толықтыру үшін, дене кинетикалық энергиясының туындысын есептейміз

$$\begin{aligned} \dot{T} &= \bar{\Omega}_\zeta^T \bar{M}_\zeta = -\bar{H}_\zeta^T \Gamma_\psi U_0 \Gamma_\psi^T \bar{H}_\zeta - a\hat{H}_\zeta \Gamma_\psi U_1 \Gamma_\psi^T \bar{E}_{1\zeta}^T - \\ & b\bar{H}_\zeta^T \Gamma_\psi N \Gamma_\psi^T \bar{E}_{2\zeta} - b\bar{H}_\zeta^T \Gamma_\psi U_1 \Gamma_\psi^T \bar{E}_\zeta^T \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{мұндағы, } U_0 = \Gamma_\vartheta \Gamma_\varphi P^0 \hat{\omega}_x \Gamma_\varphi^T \Gamma_\vartheta^T, \quad U_1 = \Gamma_\vartheta \Gamma_\varphi P^1 \hat{\omega}_x \Gamma_\varphi^T \Gamma_\vartheta^T, \quad N = \Gamma_\vartheta \Gamma_\varphi \hat{\omega}_x P^1 \hat{\omega}_x \Gamma_\varphi^T \Gamma_\vartheta^T$$

Соңғы алынған теңдеуді, яғни (10) теңдеуін прецессия бұрышы ψ және t уақыты бойынша орташаландыру нәтижесінде келесі өрнекті аламыз:

$$\begin{aligned} \dot{T} &= \frac{b\sqrt{2}H_0^2}{8} \text{Sin}^2\delta (SpN - n_{33}) - \frac{b\sqrt{2}H_0^2}{4} \text{Cos}^2\delta n_{33}, \quad (11) \\ \text{мұндағы, } SpN &= -\left[\frac{(\alpha_3^1 + \alpha_1^1)\text{Sin}^2\vartheta}{I_1^2} + \frac{2\alpha_1^1\text{Cos}^2\vartheta}{I_3^2} \right] L^2, \\ n_{33} &= -\text{Sin}^2\vartheta \text{Cos}^2\vartheta \alpha_1^1 L^2 (I_3 - I_1)^2 / (I_1^2 I_3^2) \end{aligned}$$

Жаңа, байау өзгертін айнымалы, нутация ϑ бұрышын енгіземіз – қатты дененің динамикалық симметрия осі x_3 және кинетикалық момент векторы арасындағы бұрыш.

Нутация бұрышы үшін дифференциалдық теңдеу келесі түрде беріледі [2],

$$\dot{\vartheta} = \frac{I_1 I_3 (L\dot{T} - 2 T\dot{L})}{(I_3 - I_1)L^3 \sin\vartheta \cos\vartheta} \quad (12)$$

Жоғарыда алынған (9) және (11) қатынастарын пайдалана отырып (12) де орташаландыру жүргіземіз, нәтижесінде

$$\begin{aligned} \dot{L} = & \frac{b\sqrt{2}H_0^2}{8} \sin\vartheta \cos\vartheta \left[\frac{\alpha_3^1 + \alpha_1^1}{I_1} - \frac{2\alpha_1^1}{I_3} \right] \sin^2\delta + \\ & + \frac{b\sqrt{2}H_0^2}{8} \sin\vartheta \cos\vartheta \frac{I_3 - I_1}{I_3 I_1} (2\cos^2\delta - \sin^2\delta) \alpha_1^1 \end{aligned} \quad (13)$$

Қорытынды. Алынған (9) және (13) теңдеулері, динамикалық симметриялы, өткізгіш қатты дененің магнит өрісіндегі қозғалысы есебіндегі $L, \delta, \sigma, \vartheta$ байау өзгеретін айнымалылар үшін дифференциалдық теңдеулердің жабық жүйесін құрайды.

(9) және (13) теңдеулер жүйесінің бірінші интегралы бар: $L \cos\delta = \text{Const}$

Әдебиеттер тізімі

1. Дүйсембиев, Е.Е. Гироскоп роторының жоғары жиілікті айналмалы магнит өрісіндегі қозғалысы [Мәтін] / Е.Е. Дүйсембиев, К.С. Тәттібеков // Механика және технологиялар. – 2018. – №2. – Б.152-158.
2. Дүйсембиев, Е.Е. Кедергі күші моменті бұрыштық жылдамдықтың квадратына пропорционал болған жағдайдағы қатты дененің жоғары жиілікті магнит өрісіндегі қозғалысының математикалық моделі [Мәтін] / Е.Е. Дүйсембиев, С.Қазакпаев // ТарМУ Хабаршысы. – 2012. – №2. – Б.223-227.
3. Маслов, А.А. Разгон и демпфирование нутационных колебаний ротора электростатического гироскопа [Текст] / дисс... канд. тех. наук: 01.02.06. - М.: МЭИ, 1984. – 149 с.
4. Фогель, А.А. Индукционный метод удержания жидких металлов во взвешенном состоянии [Текст]: Библиотека высокочастотника-термиста. Вып. II / А.А.Фогель. – Л.: Машиностроение, 1989. - 80 с.
5. Эрдейи, Э. Асимптотические разложения [Текст] / Э. Эрдейи. – М.: Наука, 1962. - 127 с.
6. Мартыненко, Ю.Г. Движение твердого тела в электрических и магнитных полях [Текст]: учебник / Ю.Г. Мартыненко. - М.: Наука, 1988. - 368 с.

Материал редакцияға 07.06.21 түсті.

Е.Е.Дүйсембиев

Таразский региональный университет им. М.Х. Дулати, г. Тараз, Казахстан

ПРИБЛИЖЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ОДНОРОДНОМ ИМПУЛЬСНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Аннотация. В работе рассматривается движение проводящего, немагнитного твердого тела в высокочастотном однородном импульсном магнитном поле, где вектор напряженности сохраняет свое направление в пространстве, а модуль изменяется в соответствии с гармоническим законом. Уравнения движения проводящего твердого тела строятся под действием момента вихревых токов, возникающих в теле при взаимодействии с внешним магнитным полем.

Ключевые слова: гироскоп, высокочастотное магнитное поле, регулярная прецессия, угол нутаций.

E. E. Duysembiev

Taraz Regional University named after M. H. Dulati, Taraz, Kazakhstan

**APPROXIMATE EQUATIONS OF MOTION OF A SOLID BODY
IN A HOMOGENEOUS PULSED MAGNETIC FIELD**

Abstract. The paper considers the motion of a conducting, non-magnetic solid body in a high-frequency homogeneous pulsed magnetic field, where the voltage vector retains its direction in space, and the modulus changes in accordance with the harmonic law. The equations of motion of a conducting solid are constructed under the action of the moment of eddy currents that arise in the body when interacting with an external magnetic field.

Keywords: gyroscope, high-frequency magnetic field, regular precession, nutation angle.

References

1. Duysembiev E.E., Tattibekov K.S. Gyroscope rotorynyn zhogary zhilikti ainalmaly magnet orisindegi kozgalysy [Motion of the gyroscope rotor in a high-frequency rotating magnetic field] // Mechanics and Technologies. - 2018. - No. 2. -P.152-158.
2. Duysembiev E.E., Kazakpayev S. Kedergi kush momenti buryshytk zhyldamdyktyн kvadratyna proportional bolgan zhagdaydagy katty denenin zhogary zhilikti magnet orisindegi kozgalysynн matematikalyk modeli [Mathematical model of motion of a solid body in a high-frequency magnetic field in a situation where the moment of resistance force is proportional to the square of angular velocity] // Bulletin of TarSU. - 2012. - No. 2. -P. 223-227. [in Russian].
3. Maslov A.A. Razgon i dempfirovanie nutatsionnyh kolebaniy rotora elektrostatischeeskogo giroskopa [Acceleration and damping of nutational oscillations of the rotor of an electrostatic gyroscope] Diss. Cand. tech. Sci.: 01.02.06. - Moscow: MEI, 1984. – 149 p. [in Russian].
4. Fogel A.A. Induktsionnyy metod uderzhaniya zhidkih metallov vo vzheshennom sostoyanii [The induction method for holding liquid metals in a suspended state]: Library of a high-frequency thermist. Issue II // A. A. Fogel. - Leningrad: Mashinostroenie, 1989. - 80 p. [in Russian].
5. Erdeyi E. Asimptoticheskie razlozheniya [Asymptotic expansions]: textbook. - Moscow: Nauka, 1962. - 127 p. [in Russian].
6. Martynenko Yu.G. Dvizhenie tverdogo tela v jelektricheskikh i magnitnyh poljah [Motion of a solid body in electric and magnetic fields]: textbook. - Moscow: Nauka, 1988. - 368 p.[in Russian].